

УДК 548.1+514.17

Посвящается 60-летию Института кристаллографии РАН

К 150-ЛЕТИЮ ЕВГРАФА СТЕПАНОВИЧА ФЕДОРОВА (1853–1919). НЕПРАВИЛЬНОСТИ В СУДЬБЕ ТЕОРИИ ПРАВИЛЬНОСТИ

В нашей стране мы имели двух геометров
мирового значения – Лобачевского и Федорова.

Б.Н. Делоне

Все будет правильно, на этом построен мир.

Воланд



Е. С. ФЕДОРОВ
1895 г.

С древнейших времен Человечество интуитивно руководствовалось понятием правильности. Тела Платона, тела Архимеда, мавританские орнаменты, паркеты и снежинки Кеплера, минералогия Гаюи, теория Галуа, геометрия Лобачевского, таблица Менделеева – это отдельные примеры строгого осмысления частных проявлений правильности. Но общий смысл правильности как главного закона природы, включая человеческое мышление, впервые был осознан Евграфом Сте-

пановичем Федоровым (10.12.1853–21.5.1919) – выдающимся мыслителем, гуманистом и патриотом России. Наука по своей сути едина, и учение Федорова о правильности в настоящее время упорядочивает все знания, накопленные Человечеством за все время его существования. XXI век начался с торжества идей Федорова как о мире кварков и глобальной структуры Вселенной, так и в новаторских школьных учебниках геометрии.

Незавидна судьба этого ученого. С детства у него проявилась сильнейшая тяга к геометрии. В 16 лет он начинает писать свой труд, который во многом предвосхитил развитие этой геометрии. После безуспешной попытки поступить в медико-хирургическую академию (1874 г.) Федоров некоторое время учится в Технологическом институте, тщательно штудировав “Основы химии” Д.И. Менделеева (1834–1907), пожалуй, самую главную научную книгу XIX века. Учеба совмещалась с активной революционной деятельностью в рядах организации “Земля и воля”. Существует поверье, что именно “Итальянец” (такова была подпольная кличка Федорова) был тем отменным скрипачом, который помог революционеру П.А. Кропоткину бежать из Петропавловской крепости в 1876 г. В 1980 г. Федоров, интуитивно осознав фундаментальное значение кристаллографии для развития всей геометрии, поступает на 3-й курс Горного Института, с которым оказались связаны все дальнейшие “будни, радости и горести” гения вплоть до конца жизни. Гроб с телом умершего от голода академика вынесли из стен Горного “и все время до Смоленского кладбища несли высоко на руках” [1].

“НАЧАЛА” ФЕДОРОВА

“В 1863-м году, – вспоминал Федоров [2], – мне как-то попала на глаза элементарная геометрия Шульгина – небольшой учебник, написанный для

кадетских корпусов. По этой книжке готовил уроки мой старший брат Евгений, шедший двумя классами выше меня. Я, шутя, начал читать первые страницы этого учебника, но содержание этих страниц с самого начала вызвало такое созвучие струн моей психики, что я был буквально увлечен этим чтением”. За два дня 10-летний мальчик одолел планиметрию Шульгина, а через 6 лет, будучи кадетом Николаевского военно-инженерного училища, Федоров приступил к работе над книгой “Начала учения о фигурах” [3].

Училище располагалось в Инженерном замке. По-видимому, дух бывшего владельца этого замка, императора Павла I, разбудил с нем идеи правильности и порядка, которые сам император не успел ввести в России. Работа была закончена в 1879 г., а опубликована в 1885 г. только благодаря помощи А.В. Гадолина (1828–1892) – генерала артиллерии, профессора физики, разработавшего наиболее прогрессивную методику вывода 32-х кристаллических классов [4].

До Федорова уже были изданы два знаменитых трактата под названием “Начала” – Евклидом и Ньютоном. И естественно встает вопрос, не слишком ли много он взял на себя, так называя свой первый научный труд? Но Федоров уже был организатором еще одних “Начал” – под таким названием издавалась в 1878 г. первая в России нелегальная социалистическая газета, которая ставила своей целью критику существующего строя и объединение социалистов разного толка для выработки революционной программы. Федоров в этой газете вел раздел “Хроника социалистического движения на Западе”. Жандармерия из кожи вон лезла, чтобы напасть на след таинственных издателей. После удачной самоликвидации этой газеты, которая располагалась на Кирочной улице в доме помещицы из пермской губернии А.А. Панютиной, матери его будущей жены, Федоров весь свой нереализованный революционный пыл перенос на “Начала учения о фигурах”. Федоров заметил, что учение о фигурах – “... этот в высшей степени простой отдел элементарной геометрии, полный математического изящества в такой мере, какой, может быть, не обладает никакой другой отдел того же предмета, остается до сего времени совершенно неразработанным. Причем практическая потребность в нем так настоятельна, что за разработку его частей по необходимости брались представители других конкретных наук и, прежде всего, минералогии. Это не могло способствовать его благоприятному развитию. Выхватывалось только то, что необходимо для решения конкретной задачи. Это и привело к потере целостности, хаотическому развитию, неудовлетворительности номенклатуры. Математики же, как правило, не знакомые с результатами представителей других наук, приходили к совершенно иной постановке проблемы”.

Коренное отличие геометрии Федорова от всех остальных геометрий состоит в том, что в основу науки он положил понятие правильности – конфигурации, состоящей из равных частей, каждая из которых равно окружена всеми другими такими частями. Только на таких системах достигается минимум энергии [5]. Следовательно, конечным состоянием любой изменяющейся системы является кристаллическое состояние, так как только в идеальном кристалле частицы абсолютно не отличимы друг от друга [6]. Подобного типа рассуждения и привели Федорова в Горный институт, который он окончил в 1883 г. первым по списку. За это ему была положена стажировка в Германии, которую он так и не получил, поскольку считал унизительным просить то, что положено по закону.

В настоящее время “Начала” Федорова рассматриваются как одна из самых глубоких монографий по элементарной геометрии (элементарное в смысле наиболее близкое к основам, а не самое простое). Если говорить точнее, то “Начала” в большей своей части – планиметрия, но в более широком понимании, включающем в себя кроме евклидовой сферическую планиметрию. К стереометрии относятся только параграфы, связанные с разбиениями пространства (параллелепипеды и стереоэдры).

Рассмотрим по отдельности части, на которые естественно разбиваются “Начала”, и это разбиение может быть положено в основу современных учебников геометрии, начиная со школьных.

Евклидова планиметрия – планиметрия на евклидовой плоскости, т.е. обычная планиметрия. “Необычное” в планиметрии Федорова состоит в том, что она основана на правильности. Именно правильные разбиения выявляют фундаментальные свойства пространства. Всякий многоугольник, правильно разбивающий плоскость, Федоров назвал планигоном. На первых шагах исследования планигонов Федоровым были получены интереснейшие результаты, например, что планигонами могут быть только треугольники, четырехугольники, пятиугольники и шестиугольники (рис. 1, заштрихованные многоугольники), что всякий четырехугольник (включая и невыпуклые четырехугольники) является планигоном и др. Эти результаты вошли даже в школьные учебники геометрии [7]. Полная теория планигонов была построена выдающимся геометром Б.Н. Делоне (1890–1980) [8].

Дуальные разбиения к разбиениям плоскости на планигоны (вершины разбиения образуют правильную систему, рис. 1) были рассмотрены выдающимся кристаллографом А.В. Шубниковым (1887–1970) в 1916 г. при решении следующей задачи [9]: пусть на плоскости каждый атом имеет одинаковое число связей с другими атома-

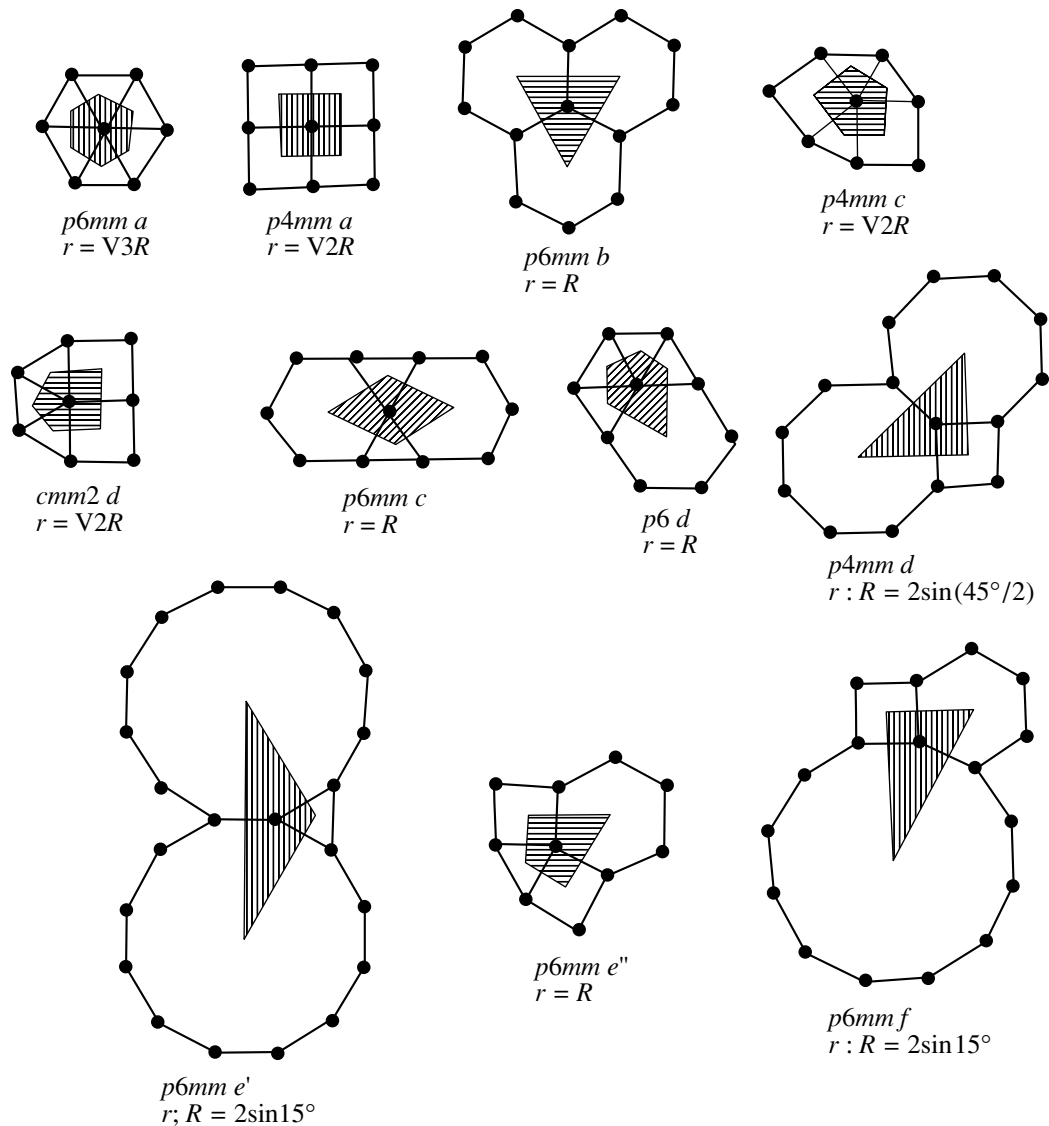


Рис. 1. 11 сеток Кеплера–Шубникова–Делоне и соответствующие им планигоны Дирихле. Каждая правильная бесконечная сетка представлена звездой из правильных многоугольников, сходящихся в узле этой сетки. Соответствующий планигон Дирихле (он составлен из точек плоскости, ближайших к данному узлу решетки, чем к любому другому ее узлу) представлен заштрихованным многоугольником. Для каждой сетки указан символ ее двумерной федоровской группы, соответствующая ей позиция Уайкова в этой группе и соотношение радиуса дискретности этой сетки (r) к радиусу ее покрытия (R).

ми; сколько получится разных атомных сеток? Поскольку решение задачи было получено топологическим путем (с помощью обобщенной формулы Эйлера), то отсюда следовало, что двумерная кристаллография – это чисто топологическая наука, т.е. при росте двумерного кристалла совсем не обязательно, чтобы длина связей и углы между ними были фиксированными. На первых этапах роста они могут быть произвольными. Главное – эти узоры имеют возможность превратиться в правильные узоры, не создавая новых связей и не разрывая старых. Эти результаты были обобщены Делоне [8], который показал, что

все такие сетки можно построить только из правильных многоугольников (рис. 1), а вся двумерная кристаллография имеет чисто топологические основы. Так, Делоне связал теорию планигонов с паркетными Кеплера, представленными последним на известном рисунке из его произведения “Гармония мира”.

Последним самым крупным достижением теории планигонов является теорема М.И. Штогрин (идея теоремы была высказана автором данной статьи) о том, что всякая правильная система на евклидовой плоскости определяется локально, т.е. одинаковым окружением точки системы дру-

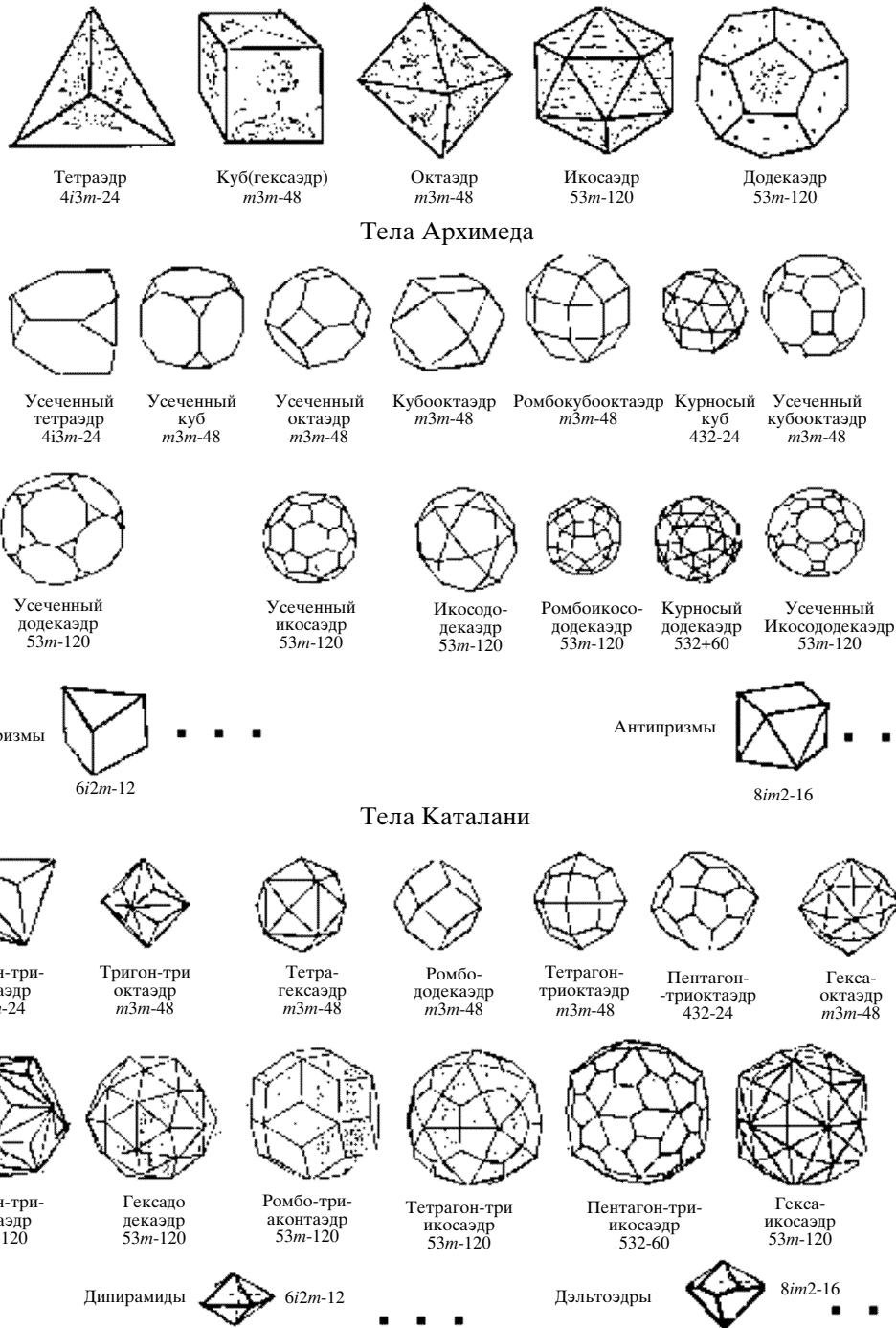


Рис. 2. Правильные и полуправильные выпуклые многогранники. Правильные многогранники – 5 тел Платона. Полуправильные изогоны – 13 тел Архимеда и две бесконечные серии призм и антипризм. Полуправильные изоэдры – 13 тел Каталани и две бесконечные серии дипирамид и дельтоэдров. Для каждого многогранника указана его симметрия

гими ее точками в сфере фиксированного радиуса [10]. Из этой теоремы следует, что дальний порядок есть следствие ближнего порядка. Дальний порядок может быть только в кристаллических структурах.

В традиционных учебниках кристаллографии федоровские планигоны до сих пор не нашли

должного отражения. Школьные учебники геометрии в этом отношении оказались более прогрессивными [7, 11, 12].

Сферическая планиметрия – правильные разбиения двумерной сферы, т.е. поверхности шара. Все такие топологически различные разбиения исчерпываются телами Платона, телами Архимеда

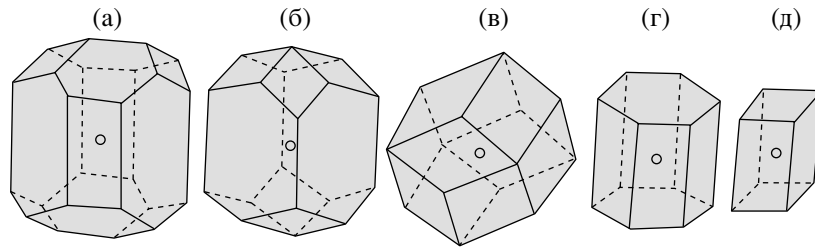


Рис. 3. Тела Федорова – 5 комбинаторно-различных параллелоэдров Дирихле для узлов трехмерных решеток: а – общий 14-гранник, б – додекаэдр Федорова, в – параллелограмматический додекаэдр, г – гексагональная призма, д – параллелепед.

да и двумя бесконечными сериями призм и антипризм (рис. 2). По сути дела, изогоны и изоэдры являются основой всей теории многогранников. Поэтому последнюю надо относить не к стереометрии, а к планиметрии на сфере.

Исходя из сказанного выше, школьную геометрию [7] следовало бы назвать планиметрией, добавив к ней элементарные сведения о плоскости Лобачевского (сумма углов треугольника меньше 180° , и всякий правильный многоугольник образует правильное разбиение плоскости Лобачевского). Последнее уже нашло практическое применение в бесколочном раскрое обуви [13]: подошву шьют из правильных шестиугольников, пятку – из пятиугольников, голень – из семиугольников.

Стереометрия. Делоне первым догадался сравнить Федорова с Платоном и Архимедом [14], поскольку именно Федорову принадлежит полный список всех комбинаторно-различных многогранников, заполняющих в параллельном положении пространство, – параллелоэдров Федорова. Делоне назвал эти пять многогранников телами Федорова (рис. 3). Четыре из них (1-й, 3-й–5-й) были известны с древности. Второй параллелоэдр с полным правом может быть назван федоровским додекаэдром.

Разбиение евклидова пространства на параллелоэдры (в случае плоскости – на параллелограммы Федорова) – одно из фундаментальнейших его свойств. Оно присуще только пространствам с нулевой кривизной. Другие пространства постоянной кривизны (только в таких пространствах материя может кристаллизоваться, т.е. делать частицы абсолютно не различимыми между собой) параллелоэдров не имеют. Любое движение в них для евклидова наблюдателя непрямолинейно. Любопытно отметить, что многие математики в своих исследованиях выходили на параллелоэдры. Но их вывод вызывал затруднения даже у весьма продвинутых математиков [15, 16], хотя Делоне счел возможным поместить его в школьный задачник по геометрии [17].

В “Началах” имеется еще и 5-я глава о невыпуклых многогранниках, которая до сих пор оста-

ется неразобранной, несмотря на то, что российскими математиками в последнее время были получены крупные результаты в теории невыпуклых многогранников [18].

“Начала” Федорова – это многоплановое произведение, лучший учебник правильности, необходимый не только математикам и естественникам, но и всякому культурному человеку. В свое время я был поражен, когда, будучи в гостях у знаменитого композитора А.А. Марутаева, в его личной библиотеке на почетном месте увидел “Начала” Ньютона и Федорова. У гуманитариев, оказывается, тоже есть потребность в математической картине мира.

ПРАВИЛЬНОСТЬ АТОМНЫХ И ЯДЕРНЫХ ОРБИТАЛЕЙ

После окончания работы над “Началами” (1896–1879 гг.) в 1880 г. Федоров представил Д.И. Менделееву (1834–1907) рукопись с новой гениальной идеей: с точки зрения правильности осмысливается физическая суть Периодического закона Менделеева. Но в то время был опубликован только реферат этой работы [19]. Сама же рукопись была найдена в архиве Менделеева много лет спустя [20] и опубликована лишь в 1955 г. [21].

“Человеческий ум – пишет Федоров [21], – всегда и во всем ищет правильности; оно и понятно, так как только в правильно сгруппированном материале он может разобраться и найти подходящую работу и только тогда, когда правильность эта станет несомненной, он удовлетворится и становится владыкою новой области”.

Для объяснения последовательности атомных весов элементов в таблице Менделеева Федоров выдвигает гипотезу о планетарном строении атома. “Поверхность атома, – пишет Федоров [21], – является важнейшим химическим деятелем, обуславливающим ход химической реакции. Это обстоятельство дает намек на то, что тельца, образующие атом, не ложатся сплошь, а подобно планетам располагаются друг от друга в почтительном расстоянии ...”. Так, Федоров в са-

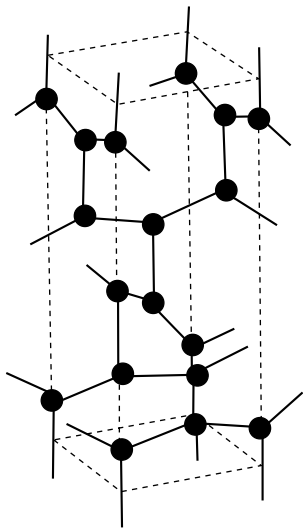


Рис. 4. Параллелепипед Браве гипотетической структуры углерода с федоровской группой $I4r/amd$.

мом начале своего творческого пути (1880 г.) приходит к мысли о делимости атома.

О своей тяге к физике Федоров писал следующее [2]: “Мною была составлена довольно большая рукопись по теории электричества, которую я однако не считал возможным представить к опубликованию, пока не удалось бы решительными опытами сделать очевидную правильность составленной теории. Но судьба мне решительно не благоприятствовала: не представлялось случая воспользоваться оборудованием физического института, и мало помалу физика мною забывалась. И только в начале нового, текущего столетия, ознакомившись с новейшими учебниками физики, я увидел, что составленная мною за четверть столетия до этого теория есть в сущности теория электрона”.

Теория атомных орбиталей блестяще подтвердила гениальную догадку Федорова: атом устроен правильно! Одноименные заряды на сфере устойчивы только в том случае, когда они образуют правильную систему. Все возможные различные расположения (с точностью до комбинаторной одинаковости) исчерпываются телами Платона, телами Архимеда и двумя бесконечными сериями призм и антипризм (рис. 2) [22]. При учете квантовых ограничений получается, что каждый электронный уровень (s , p , d , f) можно представить двумя центросимметричными симплексами четномерного пространства: уровень s – отрезком, p – правильным октаэдром, d – правильной пентагональной антипризмой, f – правильной гептагональной антипризмой.

Заметим, что атомы с d - и f -уровнями обладают симметрией, запрещенной для кристаллических структур евклидова пространства. Это приво-

дит к частичному разрушению правильности этих уровней в атомах, вошедших в кристаллическую структуру с евклидовой метрикой [23]. С этими атомами бездефектными могут быть только кристаллы в сферическом пространстве, пространстве Лобачевского и в евклидовых пространствах, размерность которых выше трех [24]. Поэтому кристаллы с d - и f -элементами в евклидовом трехмерном пространстве в каком-либо смысле всегда дефекты (как, например, квазикристаллы).

Устойчивостью могут обладать только правильные системы. Об этом так писал А.Е. Ферсман [25], которым еще в 1932 г. был задуман Институт кристаллографии [26]: “... все, что не кристаллично, – не прочно и должно постепенно превратиться в кристаллы. Кристалл – это то идеальное состояние вещества, тот глубокий внутренний порядок, к которому стремится природа...”. Заметим также, что любой дефект в кристалле испытывает воздействие градиента кристаллического поля до тех пор, пока он либо не будет вытолкнут из кристалла, либо не образует правильной системы с похожими на него дефектами [27]. Так кристалл “лечит” себя.

Представление орбиталей химических элементов в таблице Менделеева соответствует их наиболее низкому энергетическому уровню. Конкретные физические условия вызывают соответствующие перемещения электронов [28], и устойчивыми будут только те состояния, которые правильны. Например, при очень высоких температурах и давлениях все электроны в атоме углерода могут собраться на p -уровне, который геометрически можно представить правильным октаэдром или правильной тригональной призмой. В последнем случае может получиться предельно прочная для атомов, но нежесткая структура с атомами углерода в координации 3 и двойными связями [29] (рис. 4). Возможно, твердая часть Земного Ядра составлена из такой модификации углерода и представляет собой фрактал, пронизывающий железоникелевый расплав [30].

Заметим, что все правильности электронной оболочки атома правильно отображаются в атомное ядро, которое тоже должно быть правильно устроено. Об этом свидетельствуют эмпирически найденные магические числа протонов и нейтронов в наиболее устойчивых ядрах: 2, 8, 20, 50, 82, 126. Но в ядре будет уже не сферическая, а гиперболическая правильность, и чем тяжелее ядро, тем кривизна соответствующего пространства Лобачевского будет больше (по абсолютному значению). Например, ядра наиболее устойчивых изотопов инертных газов могут иметь алмазоподобную структуру (вследствие правильности расположения составляющих эти ядра α -частиц [29]). Остальные ядра менее устойчивы, так как правильность их строения достигается путем раз-

рушения некоторой части или всех α -частиц. Именно на разрешении проблемы строения атомного ядра сходятся три великих теории трех русских гениев, работы которых предопределяют развитие мировой науки в XXI веке: Н.И. Лобачевского (1792–1859), Менделеева, Федорова. Проблема низкотемпературного ядерного синтеза скорее всего тоже будет решена путем симметризации атомных ядер.

ФЕДОРОВСКИЕ ГРУППЫ

Но судьба так распорядилась, что вместо работы с Менделеевым Федоров около 10 лет занимал скромное место в Геологическом комитете, занимавшемся составлением геологических карт Северо-Запада России. И в этой работе он находил гениальные решения для рутинных задач геологии: простейший графический способ определения падения и простирания пород (1888), лодочная съемка (1891), универсально-теодолитный метод в минералогии и петрографии (1893) и др. Суть последнего из перечисленных методов заключается в том, что с его помощью можно изучать оптические свойства для любого места и любого направления в тонком срезе породы (в шлифе). Для этого он сконструировал специальный прибор, получивший впоследствии название “федоровский столик”. Так он уравнивал в правах быть изученными все точки и все направления в любом шлифе.

Но самая знаменитая работа Федорова связана с выводом 230 дискретных групп движений евклидова пространства с конечной независимой областью (1890 г. [31]). В России эти группы справедливо называют федоровскими. Историю вывода федоровских групп следует начинать с выдающегося французского математика Камиля Жордана (1838–1922) и немецкого физика Леонарда Зонке (1842–1897, ученика выдающегося кристаллофизика из Кенигсберга Ф. Неймана (1798–1859)). В своих мемуарах “О группах движений” [32] Жордан первым известил о том, что открытые Галуа (1811–1832) группы можно трактовать и как группы движений. В это время у Жордана было два ученика – Софиус Ли (1842–1899) и Феликс Клейн (1849–1925), которые поделили теорию групп на две части: непрерывные группы достались Ли, а дискретные – Клейну. К настоящему времени эти две теории настолько разошлись, что теперь им очень трудно сойтись.

Жордан в своих мемуарах [32] представил 174 групп движений, из которых Зонке, выделив дискретные группы, имеющие непосредственное отношение к расположению атомов в кристаллических структурах, обнаружил, что их список неполон. К 1874 г. Зонке вывел бесконечные правильные системы точек на евклидовой плоскости [33], а в 1879 г. опубликовал список дис-

кретных групп движений евклидова пространства с конечной независимой областью, состоящих только из преобразований симметрии первого рода [34]. Но одну группу он посчитал дважды. Ошибку эту заметил Артур Шенфлис (1853–1928), аспирант Клейна. Шенфлис также заметил, что если использовать преобразования второго рода, то тоже будут получаться группы, и начал их выводить, публикуя промежуточные результаты. Федоров, заметив эти публикации, решил завершить намеченный еще в “Началах” вывод таких групп. Он послал свои результаты Шенфлису и указал последнему на некоторые неточности его вывода. Шенфлис в свою очередь сделал то же самое, и началась активная переписка, закончившаяся выводом 230 федоровских групп обоими учеными. Но Федоров сделал это несколько раньше [31]. Этот вывод знаменует новую эпоху в развитии естествознания. Человечеству, наконец, удалось строго определить, что кристаллы – это правильные атомные образования. Кристаллы по определению обладают федоровскими группами.

В Европе монография Шенфлиса [35] получила широкую известность. Обозначения Шенфлиса стали стандартными. Даже российские физики до сих пор ими пользуются, хотя индексы эти содержательны только для кристаллических классов. Немцы не забыли и Федорова. В 1896 г. никому не известно даже в России препаратора Геологического комитета избрали членом-корреспондентом Баварской академии наук. А Клейн даже собирался обратиться к Русскому царю с просьбой, чтобы Федорова сделали членом и Российской академии наук. И только решительный отказ Федорова остановил его. В Краснотурынске, где в это время Федоров искал (и довольно успешно) новые месторождения меди, его коллеги не поверили в то, что они работают вместе с немецким академиком.

Общей деталью вывода групп Федоровым и Шенфлисом было то, что они не использовали результаты Браве по классификации решеток, хотя его можно считать первым шагом теоретико-групповой кристаллографии. Результат Браве можно трактовать как вывод всех федоровских групп, которыми обладают решетки [36]. Таких групп 14. Другая трактовка результата Браве – вывод всех разных групп целочисленных автоморфизмов положительных квадратичных форм (арифметические голоэдрии [36]), что, по-видимому, и является наиболее глубокой сутью данной классификации. Что касается классификации решеток, то для нее наиболее приемлема теория параллелоэдров Федорова [37], которую Б.Н. Делоне довел до полного изящества, разделив решетки на 24 сорта [38]. Эта классификация наиболее естественно связывается с целым рядом прикладных задач (однозначный выбор основного репера в решетке, строгое описание идеальных

219 абстрактно-различных федоровских групп

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|--------------|----------------|----------------|---------------|-------------|--------------|--------------|---------------|--------------|------------|--------------|--|--|--|--|--|------------|
| <i>Pi</i> | | <i>P1+</i> . | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <i>P2/m</i> | <i>P2s/m</i> | <i>P2.</i> | <i>Pm.</i> | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <i>P2/b</i> | <i>P2s/b</i> | <i>P2s+</i> . | <i>Pb+</i> . | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <i>I2/m</i> | | <i>I2.</i> | <i>Im.</i> | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <i>I2/b</i> | | | <i>Ib+</i> . | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <i>Pmmm''</i> | <i>Pmma</i> | <i>P222</i> | <i>Pmm2.</i> | <i>Pmc2s.</i> | | | | | | | | | | | | | | | |
| <i>Pccm</i> | <i>Pmna</i> | <i>P222s</i> | <i>Pcc2.</i> | <i>Pmn2s.</i> | | | | | | | | | | | | | | | |
| <i>Pban</i> | <i>Pbam</i> | <i>P2s2s2</i> | <i>Pma2.</i> | <i>Pca2s+.</i> | | | | | | | | | | | | | | | |
| <i>Pnnn</i> | <i>Pmnn</i> | <i>P2s2s2s+</i> | <i>Pnc2.</i> | <i>Pna2s+.</i> | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <i>Pnmm</i> | | <i>Pnn2.</i> | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <i>Pcca</i> | | <i>Pba2.</i> | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <i>Pnna</i> | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <i>Pbcm</i> | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <i>Pbcn</i> | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <i>Pccn</i> | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <i>Pnma</i> | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <i>Pbca</i> | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <i>Cmmm'</i> | <i>Cmcm</i> | <i>C222</i> | <i>Cmm2.</i> | <i>Cmc2s.</i> | | | | | | | | | | | | | | | |
| <i>Cccm</i> | <i>Cmca</i> | <i>C222s</i> | <i>Ccc2.</i> | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <i>Cmma</i> | | | <i>C2mm.</i> | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <i>Ccca</i> | | | <i>C2mb.</i> | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | <i>C2cm.</i> | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | <i>C2cb.</i> | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <i>Immm'</i> | <i>Imma</i> | <i>I222</i> | <i>Imm2.</i> | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <i>Ibam</i> | <i>Ibca</i> | <i>I2s2s2s</i> | <i>Ima2.</i> | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | <i>Iba2.</i> | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <i>Fmmm'</i> | | <i>F222</i> | <i>Fmm2.</i> | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <i>Fddd</i> | | | <i>Fdd2</i> | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <i>P4/mmm''</i> | <i>P4/mbm'</i> | <i>P422</i> | <i>P4mm.</i> | <i>P4smc.</i> | <i>P4i2m</i> | <i>P4i2sm</i> | <i>P4/m</i> | <i>P4s/m</i> | <i>P4.</i> | | | | | | | | | | <i>P4i</i> |
| <i>P4/mcc</i> | <i>P4/nmm</i> | <i>P422s</i> | <i>P4cc.</i> | <i>P4snm.</i> | <i>P4i2c</i> | <i>P4i2sc</i> | <i>P4/n</i> | <i>P4s/n</i> | <i>P4s.</i> | | | | | | | | | | |
| <i>P4/nbm</i> | <i>P4/mnc</i> | <i>P4s22</i> | <i>P4bm.</i> | <i>P4scm.</i> | | | | | <i>P4r+*</i> | | | | | | | | | | |
| <i>P4/nnc</i> | <i>P4s/mmc'</i> | <i>P4s22s</i> | <i>P4nc.</i> | <i>P4sbc.</i> | <i>P4im2</i> | | | | | | | | | | | | | | |
| | <i>P4s/mcm'</i> | <i>P4r22*</i> | <i>P4ic2</i> | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <i>P4s/nmm</i> | <i>P4r22s*</i> | <i>P4ib2</i> | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <i>P4s/mmm'</i> | <i>P4in2</i> | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <i>P4s/nmc</i> | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <i>P4/ncc</i> | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <i>P4s/nbc</i> | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <i>P4s/ncm</i> | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <i>P4s/mbc</i> | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <i>I4/mmm'</i> | <i>P4r/amd</i> | <i>I422</i> | <i>I4mm.</i> | <i>I4rmd</i> | <i>I4i2m</i> | <i>I4i2d</i> | <i>I4/m</i> | <i>I4r/a</i> | <i>I4.</i> | | | | | | | | | | <i>I4i</i> |
| <i>I4/mcm'</i> | <i>I4r/acd</i> | <i>I4r22</i> | <i>I4cm.</i> | <i>I4rcd</i> | <i>I4im2</i> | | | | <i>I4r</i> | | | | | | | | | | |
| | | | | | <i>I4ic2</i> | | | | | | | | | | | | | | |
| <i>P6/mmm''</i> | <i>P6s/mcm'</i> | <i>P622</i> | <i>P6mm.</i> | <i>P6smc.</i> | <i>P6i2m'</i> | | <i>P6/m</i> | <i>P6s/m</i> | <i>P6.</i> | | | | | | | | | | <i>P6i</i> |
| <i>P6/mcc</i> | <i>P6s/mmc'</i> | <i>P6s22</i> | <i>P6cc.</i> | <i>P6scm.</i> | <i>P6i2c</i> | | | | <i>P6s.</i> | | | | | | | | | | |
| | | <i>P6rr22*</i> | | | <i>P6im2''</i> | | | | <i>P6rr*</i> | | | | | | | | | | |
| | | <i>P6r22*</i> | | | <i>P6ic2</i> | | | | <i>P6r*+</i> | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | <i>P3im1</i> | <i>P321</i> | <i>P3m1.</i> | <i>P3i</i> | <i>P3.</i> | | | | | | |
| | | | | | | | | | <i>P3ic1</i> | <i>P3r21*</i> | <i>P3c1.</i> | | <i>P3r*+</i> | | | | | | |
| | | | | | | | | | <i>P3i1m</i> | <i>P312</i> | <i>P31m.</i> | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | <i>P3i1c</i> | <i>P3r12*</i> | <i>P31c.</i> | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | <i>R3im</i> | <i>R32</i> | <i>R3m</i> | <i>R3i</i> | <i>R3</i> | | | | | | |
| | | | | | | | | | <i>R3ic</i> | | <i>R3c</i> | | | | | | | | |
| <i>Pm3m''</i> | <i>Pm3n'</i> | <i>P432</i> | | | <i>P4i3m'</i> | | | | <i>Pm3'</i> | <i>Pa3</i> | <i>P23</i> | | | | | | | | |
| <i>Pn3n</i> | <i>Pn3m'</i> | <i>P4s32</i> | | | <i>P4i3n'</i> | | | | <i>Pn3</i> | | <i>P2s3</i> | | | | | | | | |
| | | <i>P4r32*</i> | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <i>Im3m'</i> | <i>Ia3d</i> | <i>I432</i> | | | <i>I4i3m'</i> | <i>I4i3d</i> | <i>Im3</i> | <i>Ia3</i> | | | <i>I23</i> | | | | | | | | |
| | | <i>I4r32</i> | | | | | | | | | <i>I2s3</i> | | | | | | | | |
| <i>Fm3m''</i> | <i>Fd3m'</i> | <i>F432</i> | | | <i>F4i3m''</i> | <i>Fm3'</i> | <i>F23</i> | | | | | | | | | | | | |
| <i>Fm3c'</i> | <i>Fd3c</i> | <i>F4r32</i> | | | <i>F4i3c</i> | <i>Fd3</i> | | | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|------------|------------------|------------|----|-----------|--|--|-----------|---|
| (219 = 73 симм. + 54 гемиссим. + 92 ассим.) (230 = 73 + 54 + 103) * – энантиоморфные (11) + – равномерные (10) . – вырожденные (53) " – калейдоскопические (7) ' – Молнара (22) | | | | | | | | | | |
| 32 КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ КЛАССА | | | | | | | | | | |
| СИСТЕМЫ | | | МЕРОЭДРИИ | | | | | | | |
| <i>i</i> | 1 | | | | | | | | | |
| <i>2/m</i> | 2 | <i>m</i> | | | | | | | | |
| <i>mmm</i> | 222 | <i>mm2</i> | | | | | | | | |
| <i>4/mmm</i> | 422 | <i>4mm</i> | <i>4i2m</i> | <i>4/m</i> | 4 | | | | <i>4i</i> | |
| <i>6/mmm</i> | 622 | <i>6mm</i> | <i>6i2m</i> | <i>6/m</i> | 6 | | | | <i>6i</i> | |
| | | | | <i>3im</i> | 32 | <i>3m</i> | | | <i>3i</i> | 3 |
| <i>m3m</i> | 432 | | <i>4i3m</i> | <i>m3</i> | 23 | | | | | |

Примечание. *s* – винтовая ось 2-го порядка, *r* – правая винтовая ось, *i* – инверсионная ось.

габитусов кристаллов по Г.В. Вульфу, комбинаторно-симметричная классификация первых зон Бриллюэна [39] и др.). Следует также отметить, что в современных учебниках кристаллографии типы решеток Браве представлены недостаточно строго [40].

Что касается классификации всех федоровских групп, то у Федорова она представлена гораздо глубже, чем у Шенфлиса. Федоров разделил все группы на симморфные (кристаллический класс которых является стабилизатором федоровской группы), гемисимморфные (осевая гемиедриальность служит максимальным стабилизатором федоровской группы) и асимморфные (остальные). Такая классификация групп значительно облегчила их вывод, и оказалось, что она имеет весьма интересный математический смысл: имеется только 73 целочисленно-неэквивалентных конечных групп целочисленных матриц. Не случайно выдающийся алгебраист Д.К. Фаддеев в основу таблиц представлений федоровских групп [41] положил именно эту классификацию. В результате классификация Фаддеева оказалась более естественной для кристаллографии, чем предложенная в [42], что подтверждается и в [43]. Поэтому необходимо переиздание таблиц Фаддеева с современной кристаллографической номенклатурой федоровских групп [44]. Введенные в [45] номенклатурные “новшества” скорее всего излишни. В [46] представлена символика федоровских групп, удобная при работе на компьютере и при составлении компактных таблиц этих групп (табл. 1) [47].

Федоров создал и чисто алгебраический вывод правильных систем, который был повторен математиком С.А. Богомолковым [48]. В современной математике наиболее распространен чисто алгебраический вывод федоровских групп, предложенный Цассенхаузом [49], на основе которого были выделены все четырехмерные федоровские группы [50]. Геометризация этого алгоритма [51] привела к компактному аналитическому представлению векторной системы – полного множества векторов в любой кристаллической структуре [52].

Но далеко не все современники приняли должным образом вывод федоровских групп и следующую из этого вывода весьма удобную классификацию правильных систем точек и составленных из них кристаллических структур. В.И. Вернадский (1843–1945) в лекциях по физической кристаллографии, читаемых им в 1908 г. на физическом факультете МГУ, утверждал, что кристаллография вполне может обойтись 32 кристаллическими классами [53]. С необоснованной критикой работ Федорова выступал и Ю.В. Вульф (1863–1925) [54]. Как результат, кафедра кристаллографии физического факультета МГУ внесла более скромный

вклад в развитие этой науки по сравнению с такой же кафедрой Горного Института, которая была основана Федоровым. Выдающиеся результаты по кристаллографии на физическом факультете МГУ были получены некристаллографами. А.А. Власов (1908–1975) предсказал дальний порядок в плазме [55] и изгибание пространства растущим кристаллом [56]. Д.Д. Иваненко (1904–1994), который в 1932 г. вместе с Гайзенбергом предсказал протон-нейтронную модель ядра, а в 1945 г. вместе с И.Я. Померанчуком предсказал синхротронное излучение, в 1994 г. поставил вопрос о правильности устройства глобальной структуры Вселенной [57]. На других факультетах МГУ (геологическом и химическом) высокий уровень кристаллографии был установлен учениками учеников Федорова: Г.Б. Бокием (1909–2001) [58], Н.В. Беловым (1891–1992) [59], Г.И. Поповым (1905–1963) [60], Г.П. Литвинский (1920–1994) [61]. Высокий уровень кристаллографии в Институте стали и сплавов тоже связан с Ленинградской школой в лице М.П. Шаскольской (1913–1983) [62]. Заметную роль в становлении Российской кристаллографии сыграл “Кристаллографический университет” Шубникова, Бокия, Шаскольской [58].

С 17 двумерными федоровскими группами ситуация сложилась совершенно иначе. Научным путем их вывел Федоров в 1891 г. [63]. Однако все их можно найти в средневековых мавританских орнаментах [64]. Арабы украшали ими мечети, символизируя бесконечные правильные пути к Аллаху [65]. Здесь следует отметить, что учебника по двумерной кристаллографии до сих пор не существует, что надо считать большим пробелом в образовании, ибо многие вопросы кристаллографии доступней для понимания в двумерном случае. Поэтому двумерная кристаллография употребляется значительно слабее трехмерной.

В табл. 2 представлены параллелограммы Браве для 17 двумерных федоровских групп. Независимая область группы заштрихована. Латинскими буквами указаны позиции Уайкова, соответствующие этой группе. Символ общей позиции Уайкова поставлен в общем положении. Символы частных позиций Уайкова поставлены у соответствующих им элементов симметрии (зеркальных плоскостей и поворотных осей). Таблица состоит из 6 столбцов. Первые 2 столбца содержат голоэдри: симморфные и несимморфные в порядке убывания порядка голоэдри (по вертикали), 3-й, 4-й и 5-й столбцы соответствуют гемиедриям (осевым, симморфным и несимморфной (pb)), 6-й столбец содержит тетартоэдрию ($p3$, 6-я строка).

Элементы двумерной кристаллографии уже появляются в школьных учебниках, что является большой заслугой школьного преподавания [7], которое в некоторых вопросах даже обошло но-

Таблица 2. Двумерные федоровские группы

| Голоэдри | | Гемиедри | | | Тетрагоэдри |
|------------|--------------|----------|-----------------------|-------------------------|-------------|
| Симморфные | Несимморфные | Осевые | Планальные симморфные | Планальная несимморфная | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

вейшие вузовские учебники. Уровень понимания кристаллографии, ее связей с другими науками, в первую очередь с математикой, физикой, химией, биологией определяется глубиной понимания федоровских групп.

ПЕРФЕКЦИОНИЗМ

Это философское произведение Федорова [66] писалось много лет, начиная где-то с 1872 г. Вот что пишет об этом Людмила Васильевна Федорова [1], вспоминая дозамужние времена: "... он нам изложил свою теорию перфекционизма, которую я ему переписала, он впоследствии напечатал, но,

к сожалению, с большими пропусками цензурой, так как он там затрагивал немцев, как больших перфекционистов, и предсказывал им крушение". Термин этот введен Федоровым и означает "совершенство". Федоров показывает общность основных законов эволюции, которым следуют в своем развитии самые разнообразные явления. На закономерностях, установленных точными науками (физике в широком понимании), он раскрывает отличительную специфику биологии, психологии и социологии. Федоров считает, что эволюция никогда не может закончиться достижением совершенства, а будет лишь вечно к нему стремиться. Возникающие в процес-

се эволюции наиболее “стройные”, совершенные элементы неизбежно и скоро гибнут, освобождая место новым, еще более совершенным и стройным. Но стройность достигается в момент гибели. Пока жизнь бьет ключом, развиваются исключительно неустойчивые формы. Жизнь имеет дело только с неустойчивыми формами.

Обратим внимание на то, что закрутка ДНК осуществляется осью 10-го порядка [67]. Ось эта как раз и защищает ДНК от кристаллизации в евклидовом пространстве, равно, как и d -оболочка атома, имеющая форму пентагональной антипризмы (рис. 5), создает препятствия для роста идеального кристалла [23]. Кристаллическая структура восстанавливается однозначно из своего зародыша. В ней не может быть мутаций, столь необходимых для жизни. По этой причине кристаллы – это смерть. Эту мысль Федорова часто приписывают Берналу [68], который ее действительно употреблял без ссылок на Федорова [69]. Содержание этой статьи Бернал планировал доложить на VII Международном кристаллографическом конгрессе в Москве в 1966 г. По какой-то причине он не смог приехать в Москву и прислал только обращение к конгрессу с тезисами статьи [69], призывавшими к поиску обобщенной кристаллографии, т.е. такой, в которую входила бы и ось 5-го порядка. Но федоровские группы – главный критерий, отделяющий кристаллические структуры от всех других атомных образований – необобщаемы. Черно-белые шубниковские группы, цветные группы Белова по математической своей сути являются подгруппами федоровских групп и относятся к физическим интерпретациям этих групп. По этой или по другой причине один из главных организаторов конгресса написал на тексте обращения “Замять”. А к конгрессу обратился Шубников с короткой речью, выдержанной в духе Федорова: “Не выпускайте из рук знамя чистой кристаллографии” [70].

Последние исследования по глобальному кристаллообразованию [71] позволяют усилить упомянутую выше фразу Федорова: – и только кристаллы – смерть. Другие системы, например квазикристаллы, не имеют возможности однозначно восстанавливаться, у них нет дальнего порядка. Поэтому они обладают приспособляемостью, хотя и весьма ограниченной. В них можно найти примитивные элементы жизни, поскольку дефекты всегда испытывают на себе воздействие силы – градиента кристаллического поля [27, 72]. Образование двойников (которым посвящена одна из первых работ Федорова [73]), OD-структур [74] (теория которых полностью подпадает под теорию двойникования (рис. 6) и однозначного локального продолжения [75]), пенроузоподобная модель квазикристалла [76] – это попытки материи уйти от устойчивого состояния. Но везде они пресекаются полинговскими аппроксимантами –

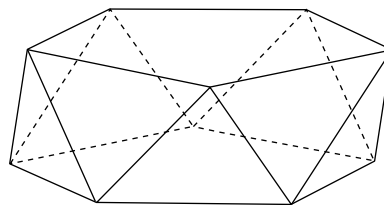


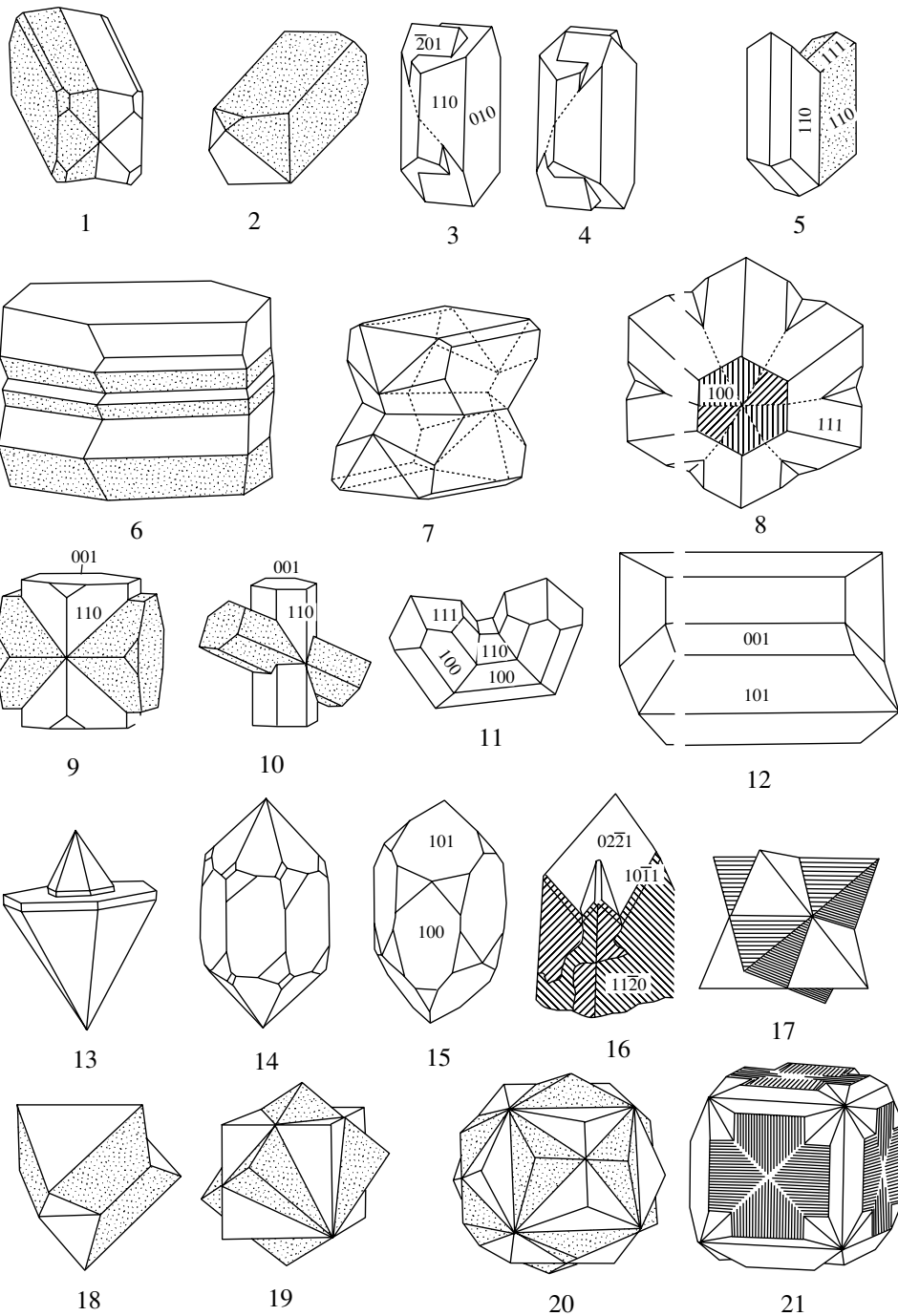
Рис. 5. Полуправильная пентагональная призма.

идеальными кристаллическими структурами, которые в пределах точности эксперимента можно наделять и некристаллографической симметрией.

Наиболее простой способ вводить мутации в кристалл – это *двойникование* – композиция кристаллических структур, связанных преобразованиями симметрии (операциями двойникования), не входящими федоровскую группу кристаллической структуры. Атомная структура у поверхности срастания – другая полиморфная модификация структуры (алмаз – лонсдейлит, сфалерит – вюрцит, кальцит – арагонит, пирит – марказит и др.). Поэтому поиск новых фаз для данного вещества наиболее перспективен путем изучения законов двойникования. Любая плоскость в кристаллической структуре может быть плоскостью двойникования. Осевые полисинтетические двойники получаются путем многократного отражения в плоскостях. Поверхность, разделяющую индивиды в двойнике, называют *двойниковой границей* (поверхностью срастания). Если поверхность срастания – плоскость, разделяющая двойниковую структуру на две части, то такие двойниковые структуры называют *двойниками срастания*. В противном случае – *двойниками прорастания*. Поверхность срастания может быть фрактальной.

Плоскость срастания в двойниках может либо совпадать с плоскостью двойникования (*зеркальный двойник*), либо не совпадать. Если в плоскости срастания лежит двойниковая ось, то такие двойники называют *параллельными*. Если двойниковая ось перпендикулярна плоскости срастания, такие двойники называют *нормальными*. Если плоскости срастания параллельны между собой, то такие двойники называют полисинтетическими, в противном случае – циклическими. Двойник называется рациональным, если операция двойникования в репере Браве записывается рациональными числами. Эти двойники являются идеальными кристаллами, так как они обладают федоровской группой, являющейся подгруппой исходной.

Два двойника относят к одному и тому же закону двойникования, если кристаллические классы индивидов одинаковы, операции двойникования одинаковы. Наиболее распространены *двойники по мероздрии*, операциями двойникования в которых являются преобразования симметрии



голоэдри индивиду, не входящие в его кристаллический класс. В этом случае соответствующие группы параллельных переносов индивидов совпадают. Иногда симметрия двойника может быть выше симметрии индивиду. Такие двойники называют *миметическими*. Процессы двойникового кристаллов можно рассматривать как элементарные акты жизни.

Но что такое жизнь? “Рассматривая условия развития всесторонне – пишет Федоров [66], – мы

всегда видели, что эволюция идет не непрерывною полоскою кверху, а уподобляется тем разветвлениям, которые мы наблюдаем при кристаллизации из растворов. Не все ветви кристаллического вещества распространяется равномерно, а как раз наоборот: почти все ветви одна за другою погибают, и притом погибают, то есть прекращают свой рост, немедленно же, как встретят более благоприятные условия для кристаллизации. Наиболее жизненными окажутся те веточки, кото-

Рис. 6. Двойникование кристаллов. Типы наиболее часто встречающихся двойников, символы операций двойникования и плоскостей срastания.

| № | Наименование двойника | Операция двойнико-вания и плоскость срastания |
|----|--------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| 1 | Манебахский двойник ортоклаза $KAlSi_3O_8$ | $m(001)/(001)$ |
| 2 | Бавенский двойник ортоклаза | $m(021)/(021)$ |
| 3 | Карлсбадский двойник ортоклаза правый | $2[001]/(010)$ |
| 4 | » левый | – |
| 5 | “Ласточкин хвост” (гипс $CaSO_4 \cdot 2H_2O$) | $m(100)/(100)$ |
| 6 | Полисинтетический двойник плагиоклаза | $(001)/(001)$ |
| 7 | Двойник каломина $Zn_4(Si_2O_7)(OH)_2 \cdot H_2O$ | $m(001)/(001)$ |
| 8 | Псевдогексагональные двойники прорастания хризоберилла $BeAl_2O_4$ | – |
| 9 | Ставролит $Fe[OH]_2 \cdot 2Al_2SiO_5$ | $m(032)/(032)$ |
| 10 | » | $m(232)/(232)$ |
| 11 | Касситеритовый тип (рутил TiO_2) | $m(101)/(101)$ |
| 12 | Арагонитовый закон (арагонит $CaCO_3$) | $m(110)/(110)$ |
| 13 | Двойник ZnO | $m(001)/(001)$ |
| 14 | Дофинейский двойник кварца SiO_2 | $6[001]/(101)$ |
| 15 | Бразильский двойник кварца | $m(110)/(110)$ |
| 16 | Двойник по пинакоиду (исландский шпат) | $6[001]/(001)$ |
| 17 | Алмазный двойник | – |
| 18 | Алмазный двойник по октаэдру | $m(111)/(111)$ |
| 19 | Шпинелевые двойники по октаэдру | $m(111)/(111)$ |
| 20 | “Железный крест” (пирит FeS_2) | $m(110)/(100)$ |
| 21 | “Мальтийский крест” (пирит FeS_2) | $m(110)/(100)$ |

рые благодаря условиям высыхания раствора непрерывно будут поддерживать наибольшую скорость своего роста; и это самые жалкие, не индивидуализированные, так сказать неоформленные, кристаллизующиеся, но не окристаллизованные, массы. До некоторой степени каждый может наблюдать это явление на воде, замерзающей на оконном стекле. Правда, стоит привести нежную пушистую массу фигур роста в соприкосновение с насыщенным раствором и ввести в этот раствор хорошо оформившийся кристалл, и вся пушистая масса исчезнет с поразительной быстротой, а на ее счет вырастет введенный кристалл. Но ведь этот факт еще нагляднее эмблемирует общий закон развития: ведь нежные, неустойчивые фигуры роста первенствуют, когда дело идет о движении, о жизни, о вечных и непрерывных переменах; кристалл же есть эмблема смерти, равновесия, неподвижности. Смерть, несомненно, сильнее жизни, и когда остановка условий подвижности отмечает наступивший момент смерти, появляется совершенная кристаллизация”.

Жизненная материя не может быть стабильной. По-видимому, Природа и создала Человека для того, чтобы постоянно искать новые пути для

дальнейшего своего развития. Человек отличается от животных своим стремлением к интеллектуальной деятельности – такая деятельность нужна ему как еда. Поэтому он должен платить за возможность таких занятий [77], как платит за хлеб и колбасу. Федоров так и поступал. Кафедру кристаллографии в Горном институте он оборудовал на свои собственные средства, хотя и был в это время директором, прогрессивным директором: “... прогресс может основываться не на связывании, а на развязывании рук отдельным гражданам, предоставлении наибольшего простора индивидуальности и устранении всего того, что может препятствовать развитию накопившихся сил” [66]. И не власти избрали его директором, а бастующие студенты. В 1905 г. профессор геологии Петровской земледельческой академии покидает приютившее его на 10 лет Петровско-Разумовское. За эти 10 лет Московский университет так и не удосужился пригласить его с лекциями по кристаллографии. Но зато на станции Петровско-Разумовское один раз в неделю останавливался курьерский поезд “Москва–Петербург”, чтобы забрать единственного пассажира, профессора Федорова, едущего читать очередную лекцию по кристаллографии в Петербургский горный институт.

До конца своей жизни Федоров оставался патриотом России. Поскольку шла война с Германией, он отказался от публикации на немецком языке главного своего труда “Царство кристаллов” [78], суть которого заключалась в том, что можно определять кристаллы и делать некоторые заключения об их атомной структуре по гониометрическим данным. Работа до сих пор дискутируется кристаллографией всего мира. Специально для освоения этого метода к Федорову приезжал английский кристаллограф Томас Баркер. Но без гения Федорова работу эту не удалось довести до выдающихся результатов.

ЕДИНСТВО НАУКИ НА ОСНОВЕ ПРАВИЛЬНОСТИ

Наука едина – это постоянно подчеркивал Федоров, это подчеркивают и современные ученые [79, 80]. А фундаментом для единой науки может служить только правильность, в понимании сути которой самый успешный шаг сделан Федоровым. Будущее науки – в ее единстве. Как пример плодотворного влияния такого единства рассматривается доказательство теоремы Ферма, поиск которого задел почти все разделы современной математики [81]. Решение было найдено в объединении двух теорий: эллиптических функций и модулярных форм [82]. Но и та, и другая теории связаны с конечными группами целочисленных матриц, т.е. приводят к кристаллографии. Попытки найти чисто кристаллографическое (т.е. основанное на правильности) доказательство теоремы Ферма кристаллографами уже предпринимались [83].

Следует также заметить, что федоровские группы (дискретные группы с конечной независимой областью) существуют во всех пространствах постоянной кривизны [84–88], в частности в пространствах Лобачевского. Федоров с глубоким уважением относился к Н.И. Лобачевскому. По его мнению [89], “Лобачевский уничтожил искусственную грань, созданную между математикой и опытными науками, показав, что и в основе геометрии лежит не безусловная истина, а истина, которая подлежит опытной проверке”.

Высказанное еще в позапрошлом веке такое отношение к математике оказалось сверхактуальным не только в современной математике, но даже в ее преподавании в школе. “Математика, – по словам В.И. Арнольда [90], – это часть физики, являющаяся, как и физика, экспериментальной наукой”. В 1930 г. Д. Гильберт в статье “Математика и естествознание” писал, что “геометрия – часть физики”. Но существует мнение, что между математикой и физикой нет ничего общего. Из этого был сделан вывод, что из всех математических курсов геометрию можно исключить. В России даже была предпринята попытка это сделать

[90, с. 11]. Здесь уместно сопоставить резко отрицательную реакцию крупнейшего математика XIX века П.Л. Чебышева (1821–1894) на “Начала” Федорова (“современная наука такой геометрией не интересуется”) с первым эпиграфом этой статьи и со следующим высказыванием Делоне: – “Геометрия – трудная наука, в ней на каждом шагу думать надо”. Но современную геометрию, а возможно и всю математику, как это следует из работ Федорова и Делоне, в принципе нельзя хорошо изложить без правильности, т.е. без кристаллографии.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Е. С. Федорову

В недрах стеклянных фиалов,
Словно волшебный скульптор,
Светлые грани кристаллов
Лепит бесцветный раствор.

В нас из сплетений неясных
Мыслей, мечтаний и дум,
Грезы творений прекрасных
Вечно ваяет наш ум.

Родствен семье минералов
Мир бестелесных идей,
Грезы, как грани кристаллов,
Вкраплены в душах людей.

2 января 1919 г. Н.А. Морозов.
КРИСТАЛЛЫ.

Звездные песни. Кн. 1.2. М. 1920–1921

Это прекрасное стихотворение Н.А. Морозова (1854–1946), 23 года просидевшего в Шлиссельбургской крепости (с 1881 по 1905 гг.), заставляет о многом задуматься. Что такое кристаллическая цивилизация? Какой вклад внесла кристаллография в общечеловеческую историю? Каково будущее в противостоянии Жизни и кристалла? Насколько глубоко современность понимает Федорова? Человечество всегда будет глубоко благодарно Людмиле Васильевне Федоровой (1851–1936) за ее прекрасные воспоминания о своем муже [1], которые по сути дела являются литературным шедевром. Без постоянной поддержки своей жены Федоров, возможно, и не состоялся бы. Как не хватает нам Бокия, который приближал к нам Федорова до расстояния двух рукопожатий. Он же сидел на коленях у Федорова! Мы должны быть благодарны Нине Георгиевне Фурмановой, подарившей Институту оптики большей части статей Федорова, собранных ее дедом и отцом. Подарок этот содержит также два тома основ дифференциального и интегрального исчисления, написанных Федоровым [91, 92] и не

отмеченных ни в одной из известных его библиографий. Много было сделано И.И. Шафрановским (1907–1994) и В.А. Франк-Каменецким (1912–1994) [93], работы которых очень помогли вникнуть в кристаллографическую суть идей Федорова.

Современные тенденции интеграции науки делают актуальной проблему возрождения Федоровского института, который был в свое время создан самым ярким учеником Федорова А.К. Болдыревым (1883–1946) [94]. Институт этот должен быть Международным, под эгидой ЮНЕСКО, объединяющим все науки, как естественные, так и гуманитарные.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 02-01-00101).

*Лауреат Премии имени Е.С. Федорова
Президиума РАН 1997 г.
доктор физико-математических наук
Р.В. Галиулин*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федорова Л.В. Наши будни, горести и радости. Воспоминания. Научное наследие. М.: Наука, 1992. Т. 20. 370 с.
2. Федоров Е.С. // Императорская Петербургская академия наук. Научное наследие. М.: Наука, 1991. Т. 16. С. 168.
3. Федоров Е.С. Начала учения о фигурах. Зап. С.-Петербурга. Минерал. о-ва. 1885. Ч. 21. 277 с.
4. Гадолин А.В. Вывод всех кристаллографических систем и их подразделений из одного общего начала. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1954. 156 с.
5. Фейнман Р., Лэйтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. М.: Мир, 1977. Т. 7. 288 с.
6. Галиулин Р.В. // Природа. 1991. № 12. С. 20.
7. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрия. Учебник для 7–9-х классов общеобразовательных учреждений. М.: Просвещение, 2001. 272 с.
8. Делоне Б.Н. // Изв. АН СССР. Сер. мат. 1959. № 23. С. 365.
9. Шубников А.В. // Изв. Импер. АН. 1916. Сер. 6. Т. 10. № 9. С. 757.
10. Галиулин Р.В. Квант. 1983. № 11. С. 10.
11. Смирнова И.М. В мире многогранников. М.: Просвещение, 1995. 144 с.
12. Смирнова И.М. Геометрия. М.: Просвещение, 1997. 160 с.
13. Голованова А.Н., Галиулин Р.В. Материалы Международ. конф. “Минералогия и жизнь”. Сыктывкар. 2000. С. 172.
14. Делоне Б.Н. // Тр. Ин-та истории естествознания и техники. 1956. Т. 10. С. 5.
15. Антонюк П.Н. // Тез. докл. VII Всесоюз. Школы “Современные проблемы газодинамики”. Москва. 1991. С. 87.
16. Якупов М.Ш. // Тр. Междунар. конф. “Геометризация физики”. Казань. 1992. С. 1.
17. Делоне Б., Житомирский О. Задачник по геометрии. М.: Гос. изд-во техн.-теорет. лит-ры, 1952. 294 с.
18. Сабитов И.Х. Природа. 2000. № 4. С. 19.
19. Федоров Е.С. // Журн. русск. физ.-хим. о-ва. 1881. Т. 13. Вып. 4. С. 244.
20. Шукарев С.А., Добротин Р.Б. // Изд-во Ленингр. Горного ин-та. Кристаллография. 1955. Вып. 3. С. 81.
21. Федоров Е.С. // Изд-во Ленинградск. Горного ин-та. Кристаллография. 1955. Вып. 3. С. 85.
22. Галиулин Р.В. // Журнал вычисл. математики и мат. физики. 2003. Т. 43. № 6. С. 791.
23. Веремейчик Т.Ф., Галиулин Р.В. // Материалы междунар. конф. “Кристаллогенезис и минералогия”. С.-Петербург. 2001. С. 409.
24. Галиулин Р.В. // Тр. междунар. конф. “Углерод”. Сыктывкар. 2003. (В печати).
25. Ферсман А.Е. // Наука и ее работники. Петербург. 1920. № 1. С. 13.
26. Ферсман А.Е. // Тр. Ин-та им. М.В. Ломоносова. Сер. общ. Вып. 1. Л.: Изд-во АН СССР, 1932. С. 39.
27. Веремейчик Т.Ф., Галиулин Р.В. // Неорганич. мат. 2002. Т. 38. № 9. С. 1110.
28. Маракушев А.А. Периодическая система экстремальных состояний химических элементов. М.: Наука, 1987. 208 с.
29. Галиулин Р.В. // Материалы 2-й Междунар. конф. “Углерод: фундаментальные проблемы науки, материаловедение, технология”. МГУ. 2003.
30. Галиулин Р.В. // Вестн. Нижегород. ун-та. Сер. физика твердого тела. 2001. Вып. 1(4). С. 152.
31. Федоров Е.С. // Зап. Импер. С.-Петерб. минерал. о-ва. 1891. Вып. 28(2). С. 1.
32. Jordan C. // Ann. Math. Ser. 2. 1868/1869. V. 2. P. 167; P. 322.
33. Sohncke L. // J. Reine und Angew. Math. 1874. Bd. 77. S. 48.
34. Sohncke L. Entwicklung einer theorie der Kristall structure. Leipzig: Teubner, 1869. 165 s.
35. Schoenflies A. Krystallsysteme und Krystallstructur. Leipzig: Teubner, 1891. 723 p.
36. Галиулин Р.В., Рышков С.С. // Проблемы кристаллологии. М.: Изд-во МГУ, 1971. С. 290.
37. Fedorov E.S. // Abhandl. K. Bauer Akademie der Wiss. 1899. Bd. 11. S. 465.
38. Делоне Б.Н. // Наука и Человечество. М.: Знание, 1981. С. 160.
39. Галиулин Р.В. // Кристаллография. 1984. Т. 29. Вып. 4. С. 638.
40. Вайнштейн Б.К., Галиулин Р.В. // Физическая энциклопедия. 1988. Т. 1. С. 226.
41. Фаддеев Д.К. Таблицы основных унитарных представлений федоровских групп. М.: Изд-во АН СССР, 1961. 175 с.
42. Ковалев О.В. Неприводимые представления пространственных групп. Киев: Изд-во АН УССР, 1961. 154 с.

43. Aroyo M.I., Wondratschek H. // *Z. Krist.* 1995. В. 210. С. 243.
44. *International Tables for X-ray Crystallography.* Birmingham. 1952. V. 1. 558 p.
45. *International Tables for Crystallography.* Dordrecht 1983. V. A. 854 p.
46. Галиулин Р.В. // *Кристаллография.* 1995. Т. 40. № 3. С. 461.
47. Богомолов С.А. Вывод правильных систем по методу Федорова. Ч. 1. Л.: КУБУЧ, 1932. 100 с. Ч. 2. ОНТИ, 1934. 192 с.
48. Галиулин Р.В. // *Кристаллография.* 1987. Т. 32. Вып. 3. С. 769.
49. Zassenhaus H. // *Commun. Math. Helv.* 1948. В. 21. S. 117.
50. Brown H., Bulow R., Neubusser J. et al. *Crystallographic groups of four-dimensional space.* New York. 1978.
51. Галиулин Р.В. Матрично-векторный способ вывода федоровских групп. Деп. ВИНТИ № 1094–69. 100 с.
52. Галиулин Р.В., Делоне Б.Н. // *Докл. АН СССР.* 1973. Т. 210. Вып. 1. С. 85.
53. Вернадский В.И. // *Лекции по физической кристаллографии.* Избранные тр. Кристаллография. М.: Наука, 1988. С. 66.
54. Wulff Y.V. // *Z. Krist.* 1908. В. 45. S. 433.
55. Власов А.А. // *Вестн. МГУ.* 1946. № 3–4. С. 63.
56. Кузьменков Л.С. // *Процессы реального кристаллообразования.* М.: Наука, 1977. С. 221.
57. Ivanenko D.D., Galiulin R.V. *Proc. XVII workshop dedicated to the 140th Birth Anniversary of Henri Poincare.* Protvino. 1995. P. 180.
58. Бокий Г.Б. // *Проблемы кристаллологии.* М.: ГЕОС, 1999. С. 31.
59. Белов Н.В. *Структурная кристаллография.* М.: Изд-во АН СССР, 1951. 88 с.
60. Попов Г.М., Шафрановский И.И. *Кристаллография.* М.: Высш. шк., 1972. 352 с.
61. Загальская Ю.Г., Литвинская Г.П., Галиулин Р.В., Коваленко В.С. // *Проблемы кристаллологии.* М.: Изд-во МГУ, 1971. С. 284.
62. Шаскольская М.П. *Кристаллография.* М.: Высш. шк., 1984. 376 с.
63. Федоров Е.С. // *Зап. Имп. С.-Петербур. Минерал. о-ва.* 1891. (2). 28. С. 345.
64. Белов Н.В. // *Кристаллография.* 1956. Т. 1. Вып. 5. С. 612.
65. Mamedov Kh.S. // *Comp. Math. Appl.* 1986. V. 128. P. 511.
66. Федоров Е.С. // *Изв. С.-Петербур. биол. лаборатории.* 1906. Т. 8. Вып. 1. С. 25; Вып. 2. С. 9.
67. Франк-Каменецкий М.Д. *Самая главная молекула.* М.: Наука, 1983. 160 с.
68. Маккей А.Л. // *Кристаллография.* 1981. Т. 26. Вып. 5. С. 910.
69. Бернал Дж.Д., Карлайл С.Х. // *Кристаллография.* 1968. Т. 13. Вып. 5. С. 927.
70. Галиулин Р.В. // *УФН.* 2002. Т. 172. С. 229.
71. Галиулин Р.В. *Материалы 10-го научного семинара “Нетрадиционные вопросы геологии”.* М., 2002. С. 52.
72. Коновалов О.В., Галиулин Р.В. // *Кристаллография.* 1989. Т. 34. Вып. 3. С. 731.
73. Федоров Е.С. // *Зап. С.-Петербур. минерал. о-ва.* 2-я сер. 1882. Ч. 17. С. 381.
74. Дорнбергер-Шифф К. *Лекции по OD-структурам.* М.: Изд-во МГУ, 1966. 156 с.
75. Галиулин Р.В. // *Кристаллография.* 1998. Т. 43. № 2. С. 366.
76. Гратиа Д. // *УФН.* 1988. Т. 156. Вып. 2. С. 347.
77. Вильчек В.М. *Алгоритмы истории.* М.: Прометей, 1989. 130 с.
78. Федоров Е.С. *Царство кристаллов. Таблицы для кристаллохимического анализа.* Зап. АН по физ.-мат. отд. 1920. Т. 36. 1050 с.
79. Арнольд В.И. // *Изв. РАН. Сер. яз. и лит.* 1997. Т. 56(2). С. 63.
80. Арнольд В.И. // *УФН.* 1999. Т. 169. № 12. С. 1311.
81. Фаддеев Л.Д. // *Что нового в науке и технике.* 2003. № 2(4). С. 112.
82. Сингх С. *Великая теорема Ферма.* М.: Моск. центр непрерывного мат. образования, 2000. 288 с.
83. Шереметьев И.А. // *Кристаллография.* 2001. Т. 46. № 2. С. 199.
84. Никулин В.В., Шафаревич И.Р. // *Геометрии и группы.* М.: Наука, 1983. 239 с.
85. Rudnev S.V. // *Comput. Math. Applic.* 1988. V. 16. № 5–8. P. 597.
86. Galiulin R.V. // *Science Spectra. Issue.* 1998. V. 14. P. 54.
87. Галиулин Р.В. // *УФН.* 2002. Т. 172. № 2. С. 229.
88. Галиулин Р.В., Веремейчик Т.Ф. *Материалы Международн. конф., посвященной М.П. Шаскольской.* М., 2003. (В печати).
89. Федоров Е.С. // *Зап. С.-Петербур. минерал. о-ва.* 2-я сер. 1893. Ч. 30. С. 455.
90. Арнольд В.И. *Что такое математика?* М.: Моск. центр непрерывного мат. образования, 2002. 104 с.
91. Федоров Е.С. *Основы дифференциального и интегрального исчисления.* С.Пб. Императорская академия наук, 1903. 157 с.
92. Федоров Е.С. *Основы дифференциального и интегрального исчисления. Чертежи.* С.Пб. Императорская академия наук, 1903.
93. Федоров Е.С. *Научное наследство.* Л.: Наука, 1991. Т. 16. 320 с.
94. Шафрановский И.И. *Кристаллография в СССР 1917–1991.* Л.: Наука, 1996. 192 с.